المستوى:الثالثة علوم تجريبية	فيفري2023
فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة : ساعتين.

التمرين 1 (8 ن)

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{6x+5}{x+2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

(Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الشكل في الوثيقة المرفقة)

- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n+5}{u_n+2} \end{cases}$$

1) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء) .

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 5$

4) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n-5}{u_n+1}$

ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) اكتب عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \cdots + \frac{1}{u_n+1}$

التمرين 2 (6 ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{9u_n-49}{u_n-5} \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 7$

2) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n-7}$.بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

3) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n .

4) احسب المجموعيين S و S' بدلالة n : $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

$$S' = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$$

التمرين 3 (6 ن)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$

1) عين الأساس المتتالية q و الحد الأول u_0.

2) اكتب u_n بدلالة n .

3) احسب S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} S_n$

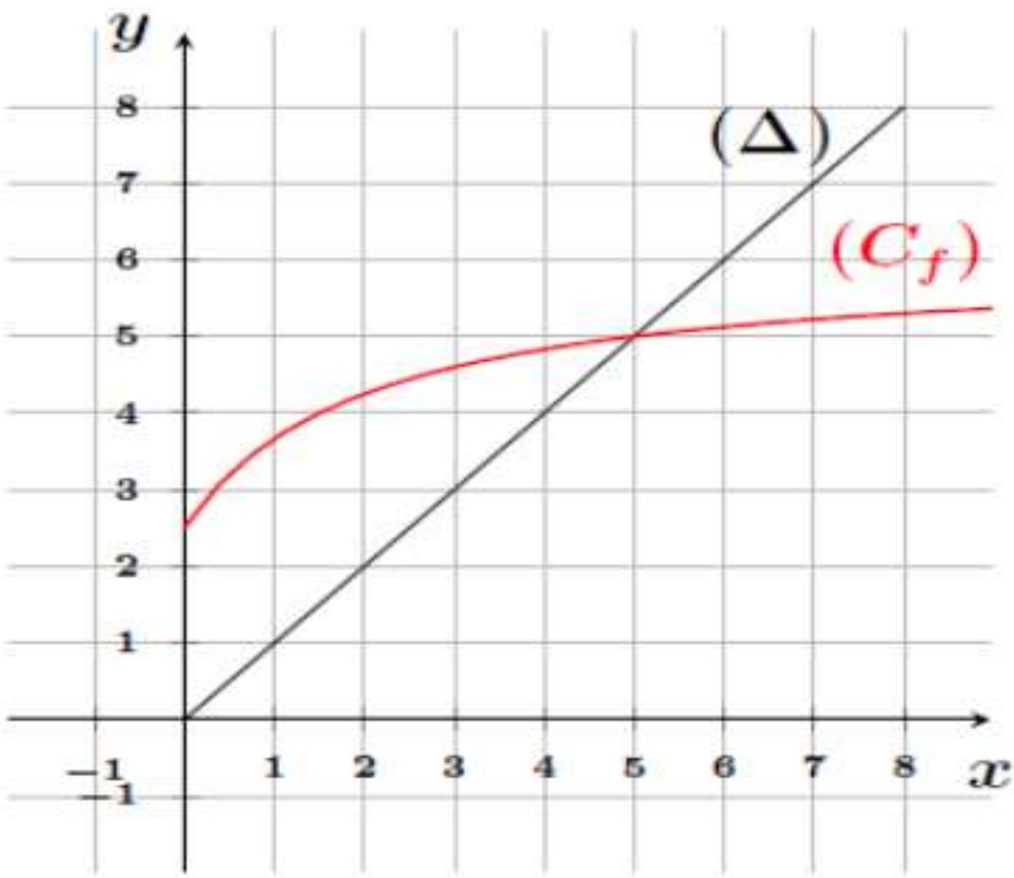
4) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

5) نضع : $S_n' = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

عين العدد الطبيعي n حتى يكون ${S_n'}^2 = 2^{30}$

بالتوفيق.



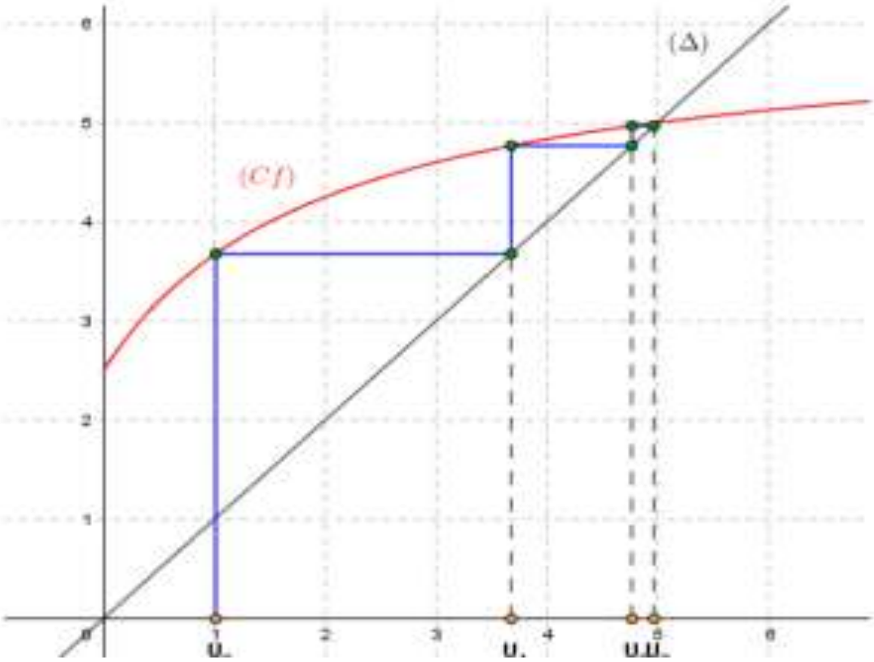
- الوثيقة المرفقة-

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين

التمرين 1

1) تمثيل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3



2) التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(u_n) متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و متقاربة.

3) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$

4) اتجاه تغير المتتالية (u_n)

لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{-\ n^{2}+4u_n+5}{u_n+2} > 0$

إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

- بما أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 5 و متزايدة تماما إذن نستنتج أنها متقاربة.

II) ا) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

لدينا $v_{n+1} = \frac{1}{7} v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{7}$ و حدها الأول $v_0 = -2$

ب) كتابة v_n بدلالة n، ثم استنتاج u_n بدلالة n .

	$v_n = -2(\frac{1}{7})^n$ $\quad u_n = \frac{-v_n-5}{v_n-1} = \frac{2(\frac{1}{7})^n-5}{-2(\frac{1}{7})^n-1}$ 3) حساب بدلالة n المجموع S_n $S_n = \frac{1}{6}[n+1+\frac{7}{3}(1-(\frac{1}{7})^{n+1}]$	
التمرين 2	1) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 7$ 2) نبين أن (v_n) متتالية حسابية . $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$ و منه (v_n) حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$ 3) كتابة v_n بدلالة n، ثم استنتاج u_n بدلالة n . $v_n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{3}$ $u_n = \frac{7v_n+1}{v_n} = \frac{\frac{7}{2}n+\frac{10}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}n}$ 4) حساب المجموعيين S و S' بدلالة n $S=\frac{n+1}{2}(\frac{1}{2}n+\frac{2}{3})$ $S' = (n+1)+7S=(n+1)((\frac{7}{4}n+\frac{10}{3})$	
التمرين 3	1) تعيين الأساس المتتالية q و الحد الأول u_0 $q=e^{-2}$; $u_0 = 1$ 2) كتابة u_n بدلالة n . $u_n = e^{-2n}$ 3) حساب S_n بدلالة n $S_n = \frac{1}{1-e^{-2}}(1+e^{-2n})$ $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{1}{1-e^{-2}}$ 4) (v_n) متتالية حسابية يطلب أساسها $r = -4$ و حدها الأول $v_0 = -2$ 5) تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n'^{\,2} = 2^{30}$ لدينا $S_n' = -2(n+1)^2$ إذن $n = 2^7 - 1 = 127$	